Abstandsberechnungen

Punkt $\leftrightarrow$ Ebene

R	E: $(\vec{x}-\vec{p})\bullet\vec{n}=0$	$d=\left\|(\vec{r}-\vec{p})\bullet\vec{n}_0\right\|$
R(1; 6; 2)	E: $x-2y+4z=1$ $\Rightarrow$ E: $\frac{x-2y+4z-1}{\sqrt{21}}=0$	$d=\left\|\frac{1-2\cdot 6+4\cdot 2-1}{\sqrt{21}}\right\|=\frac{4\sqrt{21}}{21}$
R(-1; 4; 3)	E: $\left[\vec{x}-\begin{pmatrix}4\\0\\0\end{pmatrix}\right]\bullet\begin{pmatrix}5\\-4\\20\end{pmatrix}=0$ $\Rightarrow$ E: $\frac{5x-4y+20z-20}{21}=0$	$d=\left\|\frac{5\cdot(-1)-4\cdot 4+20\cdot 3-20}{21}\right\|=\frac{19}{21}$

Punkt $\leftrightarrow$ Gerade

In der Ebene:		
R	g: $(\vec{x}-\vec{p})\bullet\vec{n}=0$	$d=\left\|(\vec{r}-\vec{p})\bullet\vec{n}_0\right\|$
R(4; 7)	g: $3x+4y-11=0$	$d=\left\|\frac{3\cdot 4+4\cdot 7-11}{5}\right\|=\frac{29}{5}$
R(2; -3)	g: $\left[\vec{x}-\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}\right]\bullet\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=0$ $\Rightarrow$ g: $\frac{x+2y-6}{\sqrt{5}}=0$	$d=\left\|\frac{1\cdot 2+2\cdot(-3)-6}{\sqrt{5}}\right\|=2\sqrt{5}$
Im Raum:		
R	g	1. Ebene E orthogonal zu g durch R 2. Schnittpunkt F von E und g 3. $d=\left\|\overrightarrow{RF}\right\|$
R(2; -3; 5)	g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\3\\3\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$	1. E: $2x+y-z=c$ R(2; -3; 5) $\Rightarrow$ $2\cdot 2+(-3)-5=-4$ $\Rightarrow$ $2x+y-z=-4$ 2. $2(4+2t)+(3+t)-(3-t)=-4 \Rightarrow t=-2$ $\Rightarrow$ F(0; 1; 5) 3. $d=\left\|\begin{pmatrix}-2\\4\\0\end{pmatrix}\right\|=\sqrt{20}$
R	g: $\vec{x}=\vec{p}+s\vec{u}$	$d=\sqrt{(\vec{r}-\vec{p})^2-((\vec{r}-\vec{p})\bullet\vec{u}_0)^2}$
R(2; -3; 5)	g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\3\\3\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$	$\vec{r}-\vec{p}=\begin{pmatrix}-2\\-6\\2\end{pmatrix}$ $\quad \vec{u}_0=\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ $\Rightarrow d=\sqrt{44-\left(\frac{-12}{\sqrt{6}}\right)^2}=\sqrt{44-24}=\sqrt{20}$

Gerade $\leftrightarrow$ Gerade

g: $\vec{x}=\vec{p}+s\vec{u}$	h: $\vec{x}=\vec{q}+t\vec{v}$	$\vec{n}_0$ mit $\vec{n}_0\perp\vec{u}$ und $\vec{n}_0\perp\vec{v}$ $d=\left\|(\vec{q}-\vec{p})\bullet\vec{n}_0\right\|$
g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}6\\1\\4\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-3\\1\\1\end{pmatrix}$	h: $\vec{x}=\begin{pmatrix}5\\4\\13\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$	$\vec{n}_0=\frac{1}{5\sqrt{2}}\begin{pmatrix}3\\5\\4\end{pmatrix}$ $\Rightarrow d=\left\|\begin{pmatrix}-1\\3\\9\end{pmatrix}\bullet\frac{1}{5\sqrt{2}}\begin{pmatrix}3\\5\\4\end{pmatrix}\right\|=\frac{48}{5\sqrt{2}}=\frac{24}{5}\sqrt{2}$