

Berechnung der Fläche unter dem Graphen von $f(x) = x^3$ im Intervall $[a; b]$ mit $a, b \in \mathbb{R}; 0 \leq a \leq b$

Berechnung des Flächeninhaltes unter dem Graphen im Intervall $[0; b]$:

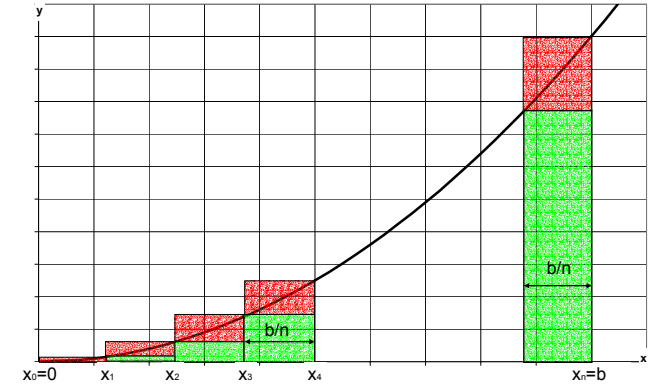
Das Intervall $[0; b]$ wird in n gleiche Teilintervalle unterteilt. Die Breite eines Streifens beträgt dann:

Der kleinste Funktionswert eines Teilintervalls $[x_{i-1}; x_i]$ ist _____, der größte ist _____, weil $f(x) = x^3$

eine _____ Funktion ist. Das Argument x_i ist die Breite von i Streifen:

Mit wachsendem n nähert sich die Untersumme von _____, die Obersumme von _____ dem Flächeninhalt unter dem Graphen von $f(x) = x^3$ an. Der gemeinsame Grenzwert ist der gesuchte Flächeninhalt.

Zur Berechnung der Grenzwerte wird die Summe der ersten m Kubikzahlen benötigt: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + m^3 = \frac{1}{4} \cdot m^2 \cdot (m+1)^2$



A	L	Teilintervalle: Funktionswerte		Untersumme	Obersumme
n		$f(x_0) = f(0) = 0^3$	$f(x_1) =$	$s_n = \frac{b}{n} \cdot \left[f(0) + f\left(\frac{b}{n}\right) + f\left(\frac{2b}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{(n-1)b}{n}\right) \right]$	
		$f(x_1) =$	$f(x_2) =$		
		$f(x_2) =$	$f(x_3) =$		
			
		$f(x_{i-1}) =$	$f(x_i) =$		
			
		$f(x_{n-1}) =$	$f(x_n) =$		
Grenzwerte:					

Der Flächeninhalt unter dem Graphen der Funktion $f(x) = x^3$ im Intervall $[0; b]$ beträgt:

⇒ Der Flächeninhalt unter dem Graphen der Funktion $f(x) = x^3$ im Intervall $[0; a]$ beträgt:

⇒ Der Flächeninhalt unter dem Graphen der Funktion $f(x) = x^3$ im Intervall $[a; b]$ beträgt:

Bezeichnungen: A...Anzahl der Teilintervalle; L...Länge der Teilintervalle