

Lineares Gleichungssystem

Definition:

$I : a_1x + b_1y = c_1$
 $II : a_2x + b_2y = c_2$ ist ein **lineares Gleichungssystem** mit den Variablen x und y .

- Es besteht aus den beiden Gleichungen I und II.
- Die reellen Zahlen a_1, a_2, b_1, b_2 heißen **Koeffizienten** des Systems.
- Die reellen Zahlen c_1, c_2 heißen **Absolutglieder** des Systems.

Die **Lösungsmenge** eines linearen Gleichungssystems $I : a_1x + b_1y = c_1$ ist die Menge der Lösungspaare, die zur Lösungsmenge der Gleichung I **und** auch zur Lösungsmenge der Gleichung II gehören.

Lösungsverfahren linearer Gleichungssysteme

- **Zeichnerische Lösung**
 - Schrittfolge
 1. Gleichungen nach y umstellen
 2. Geraden in ein Koordinatensystem einzeichnen (Lösungsmengen darstellen)
 3. Koordinaten des Schnittpunktes ablesen
- **Rechnerische Lösung**
 - **Einsetzungsverfahren**
 - Schrittfolge
 1. Eine Gleichung nach y umstellen
 2. Der Term wird in die andere Gleichung für y eingesetzt
 3. Die entstandene Gleichung wird nach x umgestellt
 4. Der Wert von x wird in den Term für y (aus Schritt 1) eingesetzt, um y zu berechnen
 5. Probe durch Einsetzen von x und y in beide Ausgangsgleichungen **x und y können in dieser Schrittfolge auch vertauscht werden.**
 - **Gleichsetzungsverfahren**
 - **Additionsverfahren**
 - **Gauß'sches Eliminationsverfahren**

Beispiel: Zeichnerische Lösung und Einsetzungsverfahren

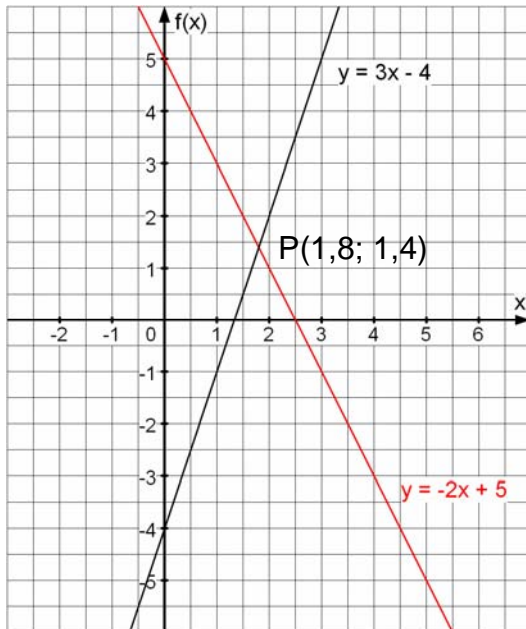
$$I: 4x + 2y = 10$$

$$II: -2y + 6x = 8$$

• Zeichnerische Lösung

$$I: 4x + 2y = 10 \Rightarrow y = -2x + 5$$

$$II: -2y + 6x = 8 \Rightarrow y = 3x - 4$$



• Einsetzungsverfahren

$$I: 4x + 2y = 10$$

$$II: -2y + 6x = 8$$

1. Eine Gleichung nach y umstellen

$$I: 4x + 2y = 10 \Rightarrow y = -2x + 5$$

2. Der Term wird in die andere Gleichung für y eingesetzt

$$II: -2y + 6x = 8 \Rightarrow -2(-2x + 5) + 6x = 8$$

3. Die entstandene Gleichung wird nach x umgestellt

$$-2(-2x + 5) + 6x = 8 \Rightarrow 4x - 10 + 6x = 8 \Rightarrow 10x = 18 \Rightarrow x = \frac{9}{5}$$

4. Der Wert von x wird in den Term für y (aus Schritt 1) eingesetzt, um y zu berechnen

$$y = -2x + 5 \Rightarrow y = -2 \cdot \frac{9}{5} + 5 = -\frac{18}{5} + \frac{25}{5} = \frac{7}{5}$$

5. Probe durch Einsetzen von x und y in beide Ausgangsgleichungen

$$\begin{array}{l} 4x + 2y = 10 \\ 4 \cdot \frac{9}{5} + 2 \cdot \frac{7}{5} = 10 \\ \frac{36}{5} + \frac{14}{5} = 10 \\ \frac{50}{5} = 10 \\ 10 = 10 \end{array} \quad \begin{array}{l} -2y + 6x = 8 \\ -2 \cdot \frac{7}{5} + 6 \cdot \frac{9}{5} = 8 \\ -\frac{14}{5} + \frac{54}{5} = 8 \\ \frac{40}{5} = 8 \\ 8 = 8 \end{array}$$