

# Klausur: Zahlenfolgen

1. Definieren Sie:
  - a. Zahlenfolge
  - b. geometrische Zahlenfolge
  - c. streng monoton wachsende Zahlenfolge
  - d. Partialsumme einer Zahlenfolge
  
2. Gegeben ist die Folge  $(a_n)$  mit  $a_n = \frac{3n-4}{7n+1}$ .
  - a. Geben Sie die ersten fünf Folgenglieder an.
  - b. Stellen Sie die Folge graphisch dar.
  - c. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten der Folge.
  
3. Gegeben ist eine arithmetische Folge  $(b_n)$  mit  $b_{10} = \frac{3}{7}$ ;  $b_{22} = -\frac{6}{7}$  und eine geometrische Folge  $(c_n)$  mit  $c_8 = -144$ ;  $c_{11} = -64$ .
  - a. Ermitteln Sie für beide Folgen eine explizite und eine rekursive Bildungsvorschrift.
  - b. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten der Folgen.
  - c. Sind die Zahlenfolgen beschränkt?  
(Begründen Sie. Geben Sie, falls vorhanden, eine obere und eine untere Schranke an.)
  - d. Berechnen Sie die ersten fünf Partialsummen von  $(b_n)$  und geben sie eine Vorschrift für die k-te Partialsumme an.
  
4. Ein Fußballstadion hat insgesamt 33 Sitzreihen. In der untersten Reihe befinden sich 800 Sitzplätze, in der obersten Reihe 4160. Die Anzahl der Sitzplätze nimmt von Reihe zu Reihe um den gleichen Betrag zu. Wie viele Sitzplätze hat das Stadion?
  
5. Der Erfinder des Schachspiels erbat sich (um 800 n. Chr.), so erzählt eine Sage, von seinem König folgende Weizenmenge als Belohnung:  
Für das erste Feld des Schachbretts 1 Weizenkorn, für das zweite Feld 2 Körner, für das dritte Feld 4 Körner, für das vierte Feld 8 Körner usw.  
In der Saison 1979/80 betrug die Weizenernte 424 Millionen Tonnen. Würde diese Menge ausreichen, um dem Erfinder des Schachspiels seine Belohnung zukommen zu lassen, wenn 1g Weizen ca. 20 Körner hat?  
(Ein Schachspiel hat 8 mal 8 Felder.)
  
6. Ein Ball wird von der Unterlage aus bis zu einer Höhe von 5m hochgeworfen. Nach dem Auftreffen auf die Unterlage erreicht er jeweils nur 80% der vorhergehenden Höhe. Die zurückgelegten Wege zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Kontakten mit der Unterlage bilden eine Zahlenfolge.
  - a. Geben Sie die ersten vier Glieder der Zahlenfolge an.
  - b. Handelt es sich um eine arithmetische oder geometrische Folge?
  - c. Geben Sie eine explizite und eine rekursive Bildungsvorschrift an.
  - d. Welchen Weg hat der Ball insgesamt nach 100-maligem Auftreffen auf die Unterlage zurückgelegt?
  - e. Wie oft traf der Ball auf die Unterlage, wenn er insgesamt einen Weg von 45m zurückgelegt hat?