

Lineare Gleichungen

Gleichungen, die sich auf die Form $ax+by=c$ (a, b nicht beide Null) bringen lassen, heißen **lineare Gleichungen mit zwei Variablen**.

- a, b...Koeffizienten der Gleichung
- x, y...Lösungsvariablen

Das geordnete Zahlenpaar $(x_1; y_1)$ heißt **Lösung einer linearen Gleichung**, wenn beim Einsetzen des Zahlenpaars eine wahre Aussage ergibt.

(Das Zahlenpaar $(x_1; y_1)$ erfüllt die Gleichung.)

Die **Lösungsmenge** einer linearen Gleichung ist die Menge aller Zahlenpaare, die die Gleichung erfüllen.

Man kann eine Gleichung mit Hilfe von Äquivalenzumformungen umstellen. Auf beiden Seiten der Gleichung muss dieselbe Rechenoperation ausgeführt werden. Eine Umformung einer Gleichung, bei der sich die Lösungsmenge nicht ändert, heißt **Äquivalenzumformung**.

Veranschaulicht man die Lösungsmenge einer linearen Gleichung $ax+by=c$, als Punkte in einem Koordinatensystem, so liegen die Punkte auf einer **Geraden**.

Anstieg und y-Achsenabschnitt erhält man, indem man die Gleichung nach y umstellt.

- Allgemein:

$$ax+by=c \quad \Rightarrow \quad by=-ax+c \quad \Rightarrow \quad y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$$

- $-\frac{a}{b}$...Anstieg
- $\frac{c}{b}$...y-Achsenabschnitt

Beispiel:

$$x = \frac{3}{2}y + \frac{9}{2}$$

- **Handelt es sich um eine lineare Gleichung mit zwei Variablen?**

$$\begin{aligned}x = \frac{3}{2}y + \frac{9}{2} &\Rightarrow 2x + 3y = 9 \\ &\Rightarrow 2x - 3y = 9 \Rightarrow \text{lineare Gleichung mit 2 Variablen}\end{aligned}$$

- **Ist das Lösungspaar $(3; -1)$ Lösung der Gleichung?**

$$(3; -1) \text{ ist Lösung, weil } 2 \cdot 3 - 3 \cdot (-1) = 9$$

- **Berechne x_1 so, dass $(x_1; 4)$ Lösung der Gleichung ist.**

$$x_1 = \frac{3}{2} \cdot 4 + \frac{9}{2} = \frac{12}{2} + \frac{9}{2} = \frac{21}{2} \Rightarrow \left(\frac{21}{2}; 4\right) \text{ ist Lösung der Gleichung}$$

$$\text{Probe: } 2 \cdot \frac{21}{2} - 3 \cdot 4 = 9$$

- **Berechne y_1 so, dass $(7; y_1)$ Lösung der Gleichung ist.**

$$2x - 3y = 9 \Rightarrow 3y = 2x - 9 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - 3$$

$$y_1 = \frac{2}{3} \cdot 7 - 3 = \frac{14}{3} - \frac{9}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow \left(7; \frac{5}{3}\right) \text{ ist Lösung der Gleichung}$$

$$\text{Probe: } 2 \cdot 7 - 3 \cdot \frac{5}{3} = 9$$

- **Veranschauliche die Lösungsmenge in einem Koordinatensystem.**

$$y = \frac{2}{3}x - 3$$

