

Logarithmengesetze

- $u = a^x$ und $v = a^y \Rightarrow u \cdot v = a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
Potenzen mit gleichen Basen werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert.
- Exponenten als Logarithmus geschrieben: ${}_a \log(u \cdot v) = {}_a \log u + {}_a \log v$
- $u = a^x$ und $v = a^y \Rightarrow \frac{u}{v} = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
Potenzen mit gleichen Basen werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert.
- Exponenten als Logarithmus geschrieben: ${}_a \log\left(\frac{u}{v}\right) = {}_a \log u - {}_a \log v$
- $u = a^x \Rightarrow u^y = (a^x)^y = a^{x \cdot y}$
Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert.
- Exponenten als Logarithmus geschrieben: ${}_a \log(u^y) = y \cdot {}_a \log u$
 - im Speziellen: $\frac{1}{x} = x^{-1} \quad {}_a \log\left(\frac{1}{x}\right) = {}_a \log(x^{-1}) = -{}_a \log(x)$

Logarithmengesetze:

Voraussetzungen: $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0; 1\}$; $u, v \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$; $x \in \mathbb{R}$

1. Der Logarithmus eines Produkts ergibt sich, indem man die Logarithmen der einzelnen Faktoren addiert: ${}_a \log(u \cdot v) = {}_a \log u + {}_a \log v$
2. Der Logarithmus eines Quotienten ergibt sich, indem man den Logarithmus des Divisors vom Logarithmus des Dividenden subtrahiert: ${}_a \log\left(\frac{u}{v}\right) = {}_a \log u - {}_a \log v$
3. Der Logarithmus einer Potenz ergibt sich, indem man den Exponenten mit dem Logarithmus der Basis multipliziert: ${}_a \log(u^x) = x \cdot {}_a \log u$

weitere wichtige Regeln:

- ${}_a \log 1 = 0$ weil $a^0 = 1$
- ${}_a \log a = 1$ weil $a^1 = a$
- ${}_a \log \frac{1}{a} = -1$ weil $a^{-1} = \frac{1}{a}$
- ${}_a \log\left(\frac{1}{x}\right) = {}_a \log(x^{-1}) = -{}_a \log(x)$ (siehe 3. oder 2.)
- ${}_a \log \sqrt{a} = \frac{1}{2}$ weil $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
- $a^x = b \Rightarrow x = \frac{\lg b}{\lg a}$