Ergebnisse: Abiturprüfung Leistungskurs Mathematik 2004

Pflichtaufgabe P1

Aufgabe	Ergebnisse
1.1.1	$f_a'(x) = 4x^3 + 12x^2 - 4a$ $\quad f_a''(x) = 12x^2 + 24x$ $\quad f_a'''(x) = 24x + 24$ $P_{W1}(0; a)$ $\quad P_{W2}(-2; -16 + 9a)$
1.1.2	$d(a) = \sqrt{260 - 256a + 64a^2}$ $\quad a_{Min} = 2$
1.1.3	$F = \left\lvert \int_{-4}^{0} f_0(x)dx \right\rvert = \left\lvert \left[\frac{x^5}{5} + x^4 \right]_{-4}^{0} \right\rvert = 51\frac{1}{5}$
1.2	Der Graph von g' hat bei x_P ein Maximum. $\Rightarrow$ Der Graph von g hat bei x_P einen Wendepunkt.
1.3.1	$\vec{a} = \overrightarrow{DA} = \vec{u} + \vec{v}$ $\quad \vec{b} = \overrightarrow{DB} = \vec{v} + \vec{w}$ $\quad \vec{c} = \overrightarrow{DC} = \vec{u} + \vec{w}$
1.3.2	$\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ $\quad \vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$ $\quad \vec{w} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$
1.3.3	ε(DAB): $x - y + z = 0$ $\quad z = 2$
1.4.1	$P(A) = B_{20;0,3}(7) \approx 16,43\%$ $\quad P(B) = B_{10;0,3}(3) + B_{10;0,3}(4) + B_{10;0,3}(5) \approx 56,99\%$
1.4.2	**n = 5:** $\mu = n \cdot p = 5 \cdot 0,3 = 1,5$ $\sigma(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{5 \cdot 0,3 \cdot 0,7} = \sqrt{1,05} \approx 1,025$ $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma] = [-0,55; 3,55] \Rightarrow X \in \{0;1;2;3\}$ **n = 15:** $\mu = n \cdot p = 15 \cdot 0,3 = 4,5$ $\sigma(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15 \cdot 0,3 \cdot 0,7} = \sqrt{3,15} \approx 1,775$ $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma] = [0,95; 8,05] \Rightarrow X \in \{1;2;\ldots;8\}$
1.4.3	Ab n = 10 ist das 2σ-Intervall vollständig in [0; n] enthalten.

Pflichtaufgabe P2

Aufgabe	Ergebnisse
2.1.1	$f_a'(x) = 4x^3 + 12x^2 - 4a$ $\quad f_a''(x) = 12x^2 + 24x$ $\quad f_a'''(x) = 24x + 24$ $P_{W1}(0; a)$ $\quad P_{W2}(-2; -16 + 9a)$
2.1.2	$d(a) = \sqrt{260 - 256a + 64a^2}$ $\quad a_{Min} = 2$
2.1.3	$F = \left\lvert \int_{-4}^{0} f_0(x)dx \right\rvert = \left\lvert \left[\frac{x^5}{5} + x^4 \right]_{-4}^{0} \right\rvert = 51\frac{1}{5}$
2.2	Der Graph von g' hat bei x_P ein Maximum. $\Rightarrow$ Der Graph von g hat bei x_P einen Wendepunkt.
2.3.1	f sm↑ für $x < x_1$ $\quad$ f sm↓ für $x_1 < x < x_3$ $\quad$ f sm↑ für $x > x_3$ Maximumstelle x_1 $\quad$ Wendestelle x_2 $\quad$ Minimumstelle x_3 f konkav für $x < x_2$ $\quad$ f konvex für $x > x_2$ $\quad$ Skizze
2.3.2	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $\quad$ a, b, c, d $\in \Re$; $a \neq 0$ $\quad \Rightarrow \quad x_w = -\frac{b}{3a}$
2.4.1	P(0; 4) $\quad \beta = 63,43°$
2.4.2	$F(u) = u \cdot \sqrt{12 - 2u}$ $\quad F'(u) = \frac{12 - 3u}{\sqrt{12 - 2u}}$ $\quad F''(u_{Max}) = \frac{-3}{\sqrt{12 - 2u_{Max}}}$ $\quad \Rightarrow \quad u = 4$

Wahlaufgabe W1 Analysis

Aufgabe	Ergebnisse
1.1	D_f: $x \in \Re$ $P_y(0;\ln a)$ $P_{x1}\left(\sqrt{1-a};0\right)$ und $P_{x2}\left(-\sqrt{1-a};0\right)$
1.2	f ist gerade Funktion $f_a'(x)=\frac{2x}{x^2+a}$ $f_a''(x)=\frac{-2x^2+2a}{(x^2+a)^2}$ $f_a'''(x_W)=\frac{-4x_W}{(x_W^2+a)^2}$ $P_{Min}(0;\ln a)$ $P_{W1}\left(-\sqrt{a};\ln(2a)\right)$ (konkav $\to$ konvex) $P_{W1}\left(\sqrt{a};\ln(2a)\right)$ (konvex $\to$ konkav)
1.3	$V(a)=-\frac{1}{3}\pi a\ln(2a)$ $V'(a)=-\frac{1}{3}\pi(\ln(2a)+1)$ $V''(a)=-\frac{\pi}{3a}$ $a_{Max}=\frac{1}{2e}$
1.4	$V_y=\pi\int\limits_{\ln 5}^{\ln 10}\left[\sqrt{e^y-5}\right]^2dy=5\pi(1-\ln 2)$

Wahlaufgabe W2 Analysis

Aufgabe	Ergebnisse
2.1.1	$F=\int\limits_{1,473}^{3,135}-\frac{3}{4}x^2+9-\frac{16}{x^2}dx=\left[-\frac{1}{4}x^3+9x+\frac{16}{x}\right]_{1,473}^{3,135}\approx 2,2956$
2.1.2	$y=\frac{1}{3}x-\frac{73}{18}$ in $H\left(\frac{1}{3};-\frac{71}{18}\right)$
2.2	$p_k(x)=g(x)\Rightarrow z^2-\frac{36}{4k+1}z+\frac{64}{4k+1}=0\Rightarrow z_{1,2}=\frac{18}{4k+1}\pm\sqrt{\frac{260-256k}{(4k+1)^2}}$ für $k>1\frac{1}{64}$ nicht lösbar
2.3	$\lvert x\rvert>40$ (also $x>40$ oder $x<-40$)
2.4	$16a+4b+c=0$ $256a+16b+c=0$ $-256a+c=48$ $a=-\frac{1}{4}$ $c=-16$ $b=5$

Wahlaufgabe W3 Analytische Geometrie

Aufgabe	Ergebnisse
3.1	Zeichnung G(5; 7; 9) $\overrightarrow{AB}=2\cdot\overrightarrow{DC}$ $A_{Trapez}=A_{\Delta ABD}+A_{\Delta BCD}=\frac{1}{2}\left\lvert\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}\right\rvert+\frac{1}{2}\left\lvert\overrightarrow{DB}\times\overrightarrow{DC}\right\rvert=\frac{9}{2}\sqrt{10}$
3.2	$\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AE}\neq 0\Rightarrow$ schiefes Prisma ε(ABEF): $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\-2\\-3\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}2\\6\\2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}4\\4\\8\end{pmatrix}$ R(3; 2; 0) ∈ ε(ABEF): $t=\frac{1}{4};\ s=\frac{1}{2}$
3.3.1	$\left\lvert\overrightarrow{DT}\right\rvert=\left\lvert\overrightarrow{BD}\right\rvert\Rightarrow$ T(4; 1; 3) ΔBDT gleichseitig mit Seitenlänge $\sqrt{26}$ ε(DTB): $-x+y+z=0$
3.3.2	B liegt nicht in ε(DTB): $x+y+2z=0$ $\Rightarrow$ Ebene existiert nicht

Wahlaufgabe W4 Stochastik

Aufgabe	Ergebnisse
4.1	Bernoullikette liegt vor, wenn sich die Erfolgswahrscheinlichkeit nicht ändert $P(A)\approx 15\%$ $P(B)\approx 6,31\%$ $P(C)\approx 95,14\%$
4.2	$\alpha\approx 12,8\%$ $\overline{A}=\{3;4;...;100\}$
4.3.1	5! = 120 Permutation ohne Wiederholung
4.3.2	$P(Y=1)=\frac{9}{25}$ $P(Y=2)=\frac{7}{25}$ $P(Y=3)=\frac{5}{25}$ $P(Y=4)=\frac{3}{25}$ $P(Y=5)=\frac{1}{25}$
4.3.3	$E(Y)=\frac{11}{5}$ $Var(Y)=\frac{34}{25}$ $\sigma(Y)=\frac{\sqrt{34}}{5}$ Beide Aussagen sind falsch. Gegenbeispiel siehe 4.3.3