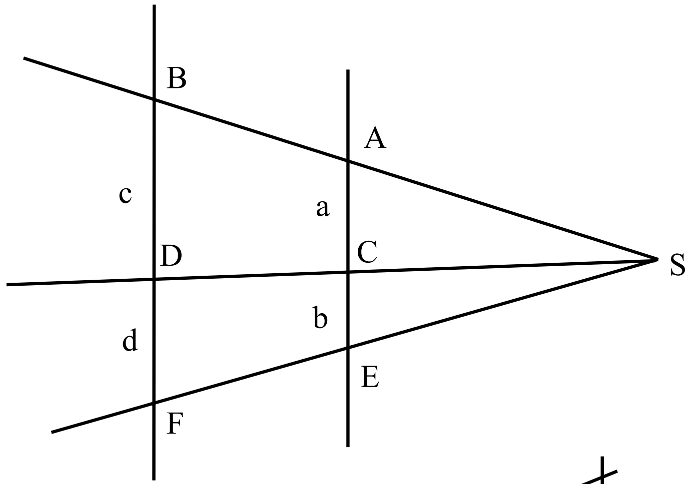
Der dritte Strahlensatz

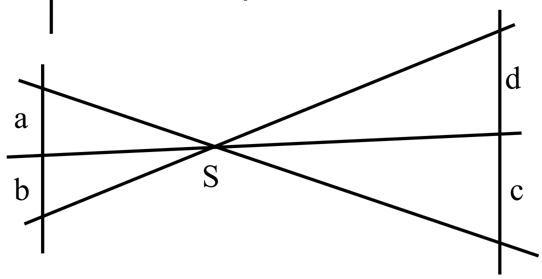
Werden drei von einem Punkt S ausgehende Strahlen von zwei Parallelen geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf einer Parallelen wie die entsprechenden Abschnitte auf der anderen Parallelen.

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DF}} \qquad \text{bzw.} \qquad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BF}} \qquad \text{bzw.} \qquad \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{BF}} \qquad \text{bzw.} \qquad \frac{b}{a+b} = \frac{d}{c+d}$$





Voraussetzung: Strahlenbüschel
g(A, E) || g(B, F)

Behauptung:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DF}}$$

Beweis:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SD}}$$ (2. Strahlensatz mit Zentrum S)

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SD}}$$ (2. Strahlensatz mit Zentrum S)

$$\Rightarrow \quad \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{DF}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DF}}$$

weitere Beweise analog

Der Satz gilt auch, wenn die Parallelenabschnitte verschiedenen Geraden angehören.