

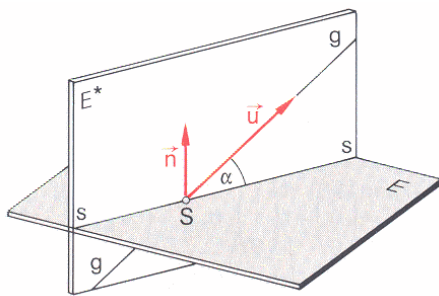
# Winkelberechnungen

## Winkel zwischen 2 Geraden

g: $\vec{x} = \vec{p} + r\vec{u}$	h: $\vec{x} = \vec{q} + r\vec{v}$	$\cos \alpha = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u}  \cdot  \vec{v} }$
g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\cos \alpha = \frac{ -2+3+1 }{\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{6}}$ $\Rightarrow \alpha \approx 70,89^\circ$

## Winkel zwischen Gerade und Ebene

g: $\vec{x} = \vec{p} + r\vec{u}$	$\varepsilon: [\vec{x} - \vec{q}] \cdot \vec{n} = 0$	$\sin \alpha = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{n} }{ \vec{u}  \cdot  \vec{n} }$
g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\varepsilon: 7x - y + 5z = 24$	$\sin \alpha = \frac{ 7-3+10 }{\sqrt{14} \cdot \sqrt{75}} = \frac{14}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{75}}$ $\Rightarrow \alpha \approx 25,60^\circ$



$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

## Winkel zwischen zwei Ebenen

$\varepsilon_1: [\vec{x} - \vec{p}] \cdot \vec{n}_1 = 0$	$\varepsilon_2: [\vec{x} - \vec{q}] \cdot \vec{n}_2 = 0$	$\cos \alpha = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1  \cdot  \vec{n}_2 }$
$\varepsilon_1: 7x - y + 5z = 24$	$\varepsilon_2: 2x - 3y + 4z = 6$	$\cos \alpha = \frac{ 14+3+20 }{\sqrt{75} \cdot \sqrt{29}} = \frac{37}{\sqrt{75} \cdot \sqrt{29}}$ $\Rightarrow \alpha \approx 37,50^\circ$

