

## Erste Primzahltests

**Test 1:**  $n$  Primzahl  $\Leftrightarrow$  Für alle  $a \in \mathbb{N}$  mit  $1 < a < n$  gilt:  $a \nmid n$ .  
 $\Leftrightarrow$  Für alle  $a \in \mathbb{N}$  mit  $1 < a < n$  gilt:  $\text{ggT}(a, n) = 1$ .

- $n$  kleiner oder gleich 1  $\Rightarrow$  keine Primzahl
- $n$  größer als 1  $\Rightarrow$  Überprüfe alle Zahlen  $a$  von 2 bis  $n - 1$ , ob  $\text{ggT}(a, n) = 1$  gilt.

$\forall a: \text{ggT}(a, n) = 1 \Rightarrow n$  ist Primzahl

$\exists a: \text{ggT}(a, n) > 1 \Rightarrow n$  ist keine Primzahl

*Muss man alle Zahlen  $a \in \mathbb{N}$  mit  $1 < a < n$  prüfen?*

**Satz:** Jede zusammengesetzte Zahl  $n$  besitzt einen Teiler  $n_1$  mit  $n_1 \leq \sqrt{n}$ .

**Beweis:**

$n$  zusammengesetzt  $\Rightarrow n = n_1 \cdot n_2$  mit  $1 < n_1$  und  $1 < n_2$ .

$$\begin{aligned} \text{Sei oBdA. } n_1 &\leq n_2 \\ \Rightarrow n_1^2 &\leq n_1 \cdot n_2 \\ \Rightarrow n_1^2 &\leq n \\ \Rightarrow n_1 &\leq \sqrt{n} \end{aligned}$$

**Test 2:**  $n$  Primzahl  $\Leftrightarrow$  Für alle  $a \in \mathbb{N}$  mit  $1 < a \leq \lfloor \sqrt{n} \rfloor$  gilt:  $a \nmid n$   
 $\Leftrightarrow$  Für alle  $a \in \mathbb{N}$  mit  $1 < a \leq \lfloor \sqrt{n} \rfloor$  gilt:  $\text{ggT}(a, n) = 1$ .

$\lfloor \sqrt{n} \rfloor$  ... größte ganze Zahl kleiner gleich  $\sqrt{n}$