Fermatsche Zahlen

Fermat (1601 – 1655): Alle Zahlen der Form $F_n = 2^{2^n} + 1$ **sind Primzahlen.**

- **F_5 = 4294967297** $\Rightarrow$ Kannte Fermat ***alle*** Primzahlen bis ***65536***?
- **F_9 und F_{11}:** größte Fermat-Zahlen, von denen man die ***komplette Primzahlzerlegung*** kennt.
  (F_{11} vor F_9 faktorisiert, weil F_{11} zwei kleine Primfaktoren besitzt)
- **F_4 = 65537:** ***größte bekannte*** Fermatsche Primzahl
- rund ***135 zusammengesetzte*** Fermat-Zahlen bekannt
- **F_{23471}:** ***größte bekannte*** zusammengesetzte Fermat-Zahl
  (mehr als 10^{7000} Stellen) (Keller fand 1984 einen Faktor: $5 \cdot 2^{23473} + 1$)
- **F_{24}, F_{28}:** kleinste Fermat-Zahlen, von denen ***nicht bekannt*** ist, ob sie Primzahlen oder zusammengesetzt sind

Primfaktoren der zusammengesetzten Fermat-Zahlen bis F_{11}

Primfaktorzerlegung von F_n	**Entdeckung**
F_5 = 641 · 6700417	Euler 1732
F_6 = 274177 · 67280421310721	Clausen 1855 (Erwähnung in Brief an Gauß vom 01.01.1856) Nachweis 1880 durch Landry und Le Lasseur
F_7 = 59649589127497217 · 5704689200685129054721	Morrison und Brillhart 1970 (veröffentlicht: 1975)
F_8 = 1238926361552897 · 93461639715357977769163558199606896584051237541638188580280321	Brent und Pollard 1981
F_9 = 2424833 · 7455602825647884208337395736200454918783366342657 · 741640062627530801524787141901937474059940781097519023905821316144415759504705008092818711693940737	A. Lenstra und Manasse 1990 (700 vernetzte PC's weltweit und ein Supercomputer; Rechenzeit: 4 Monate)
F_{10} = 45592577 · 6487031809 · ?	Selfridge 1953
F_{11} = 319489 · 974849 · 167988556341760475137 · 3560841906445833920513 · P (P...Primzahl mit über 564 Stellen)	Brent 1989 (Zerlegung) Morain 1989 (Nachweis, dass P eine Primzahl ist)